

**Российский государственный университет нефти и газа  
(национальный исследовательский университет)  
имени И.М. Губкина**

---

**Утверждена проректором по  
научной и международной работе  
проф. А.Ф. Максименко  
14 апреля 2022 года**

**ПРОГРАММА**

**вступительного испытания по научной специальности**

**1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»  
для поступающих в аспирантуру РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина  
в 2022/2023 уч. году**

**Москва 2022**

## Введение

Программа разработана в соответствии с паспортом специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

В основе настоящей программы лежит материал курсов: математический анализ, функциональный анализ, дифференциальные уравнения, математическая физика, методы оптимизации, теория вероятностей, математическая статистика, численные методы, математическое моделирование.

### Вопросы к вступительному экзамену

#### I. Математические основы

*Элементы теории функций и функционального анализа.*

Формула Тейлора для функций одной и нескольких переменных. Исследование на экстремум функций одной и нескольких переменных. Теорема о неявной функции и связанные с ней вопросы. Формулы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского. Ряды Фурье.

Понятие меры и интеграла Лебега. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций. Пространства Соболева. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана—Банаха. Линейные операторы и квадратичные формы. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора и алгоритмы их вычисления. Элементы спектральной теории. Дифференциальные и интегральные операторы.

*Дифференциальные уравнения. Уравнения математической физики.*

Системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами. Устойчивость по Ляпунову. Особые точки системы дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости по первому приближению.

Классификация уравнений с частными производными второго порядка. Постановка основных краевых задач. Смешанная задача. Задача Коши. Уравнение Лапласа. Основные свойства гармонических функций. Метод Фурье. Постановка и решение задачи о колебаниях конечной струны (варианты краевых условий). Постановка и решение задачи о распространении тепла в неограниченном и полуограниченном стержне. Постановка и решение задачи о распространении тепла в конечном стержне (варианты краевых условий).

*Экстремальные задачи.*

Выпуклый анализ. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование. Задачи на минимум. Основы вариационного исчисления. Задачи оптимального управления. Принцип максимума. Принцип динамического программирования. Прямые и двойственные задачи математического программирования. Выпуклое программирование и условия оптимальности. Задачи линейного программирования и особенности алгоритмов их решения. Основные подходы к решению задач линейного программирования большой размерности. Алгоритмы безусловной оптимизации. Особенности задач условной оптимизации и алгоритмов их решения. Задачи дискретного программирования и методы их решения. Игровые задачи и их особенности.

*Теория вероятностей. Математическая статистика. Элементы теории случайных процессов.*

Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Конечномерные распределения и их свойства. Теорема Колмогорова. Вычисление конечномерных распределений гауссовских, марковских процессов и процессов с независимыми приращениями.

Точечное и интервальное оценивание параметров распределения. Элементы теории проверки статистических гипотез. Элементы многомерного статистического анализа. Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации.

## 2. Информационные технологии

*Принятие решений.* Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения.

*Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.* Экспертизы и неформальные процедуры. Автоматизация проектирования. Искусственный интеллект. Распознавание образов.

## 3. Компьютерные технологии

*Численные методы.* Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей, полином Лагранжа. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы поиска экстремума. Вычислительные методы линейной алгебры. Сплайн-аппроксимация функций. Алгоритмы построения интерполяционных и сглаживающих сплайнов. Теоремы о равномерной сходимости процедуры сплайн-интерполяции. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Приближенные методы решения нелинейных уравнений. Принцип сжимающих отображений и условия сходимости метода итераций (для случая одного уравнения и системы нелинейных уравнений). Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Классы одношаговых и многошаговых методов (Рунге-Кутта и Адамса) решения задачи Коши для ОДУ. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Разностные схемы с весами для уравнений параболического и гиперболического типа. Классы устойчивых двухслойных и трехслойных схем, примеры. Теоремы о необходимых и достаточных условиях устойчивости по начальным данным и правой части. Метод взвешенных остатков, понятие слабого решения. Дискретизация слабых интегральных форм: коллокация по точкам, коллокация по подобластям, метод Галеркина, метод наименьших квадратов на примере уравнения Пуассона. Основные построения метода конечных элементов для решения задач математической физики.

*Вычислительный эксперимент.* Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.

*Алгоритмические языки.* Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ

## 4. Методы математического моделирования

Основные принципы математического моделирования. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.

Вариационные принципы построения математических моделей

Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.

Математические модели в научных исследованиях. Математические модели механики сплошных сред. Математические модели в экономике, биологии.

Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос. Эргodicность и перемешивание. Понятие о самоорганизации.

### **Основная литература**

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ. М.: Наука, 1984.
2. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.
3. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1984.
4. Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.
6. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. М.: Физматлит, 1997.
7. Математическое моделирование / Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Садовниченко и др. М.: Изд-во МГУ, 1993.
8. Лебедев В.В. Математическое моделирование социально -экономических процессов. М.: ИЗОГРАФ, 1997.
9. Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат, 1996.

### **Дополнительная литература**

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
2. Пытьев Ю.П. Математические методы анализа эксперимента. М.: Высш. школа, 1989.
3. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики. М.: Физматлит, 2000.
4. Демьянов В.Ф., Малоземов В.Н. Введение в минимакс. М.: Наука, 1972.
5. Краснощеков П.С., Петров А.А. Принципы построения моделей. М.: Изд-во МГУ, 1984.
6. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Сов. радио, 1972.